

## Избранные главы теоретической физики. Часть I

для студентов - биофизиков II курса  
осенний семестр

### Классическая механика. Задачи.

1. Точка движется по эллипсу с полуосями  $a$  и  $b$ . Ее секторная скорость относительно центра эллипса постоянна. Определить ускорение точки как функцию положения.

2. Определить искажение гармонического колебания осциллятора, вызванное наличием ангармонической поправки к потенциальной энергии

$$\delta U(x) = \frac{1}{3} m \alpha x^3.$$

3. Записать уравнение движения частицы в потенциале Морза

$$U(x) = D (e^{-2\beta x} - 2e^{-\beta x})$$

Найти его решения при  $U \rightarrow U_{min}$ .

4. (2) Частица с массой  $m$  и зарядом  $e$  попадает в однородное тормозящее электрическое поле  $\vec{E}$  со скоростью  $v_0$ , параллельной направлению поля. Определить время, через которое частица вернется в начальную точку.

5. (4) Частица с массой  $m$  и зарядом  $e$  попадает в однородное электрическое поле, меняющееся по закону  $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega t$ , со скоростью  $v_0$ , перпендикулярной к направлению этого поля. Определить траекторию движения частицы.

6. (5) В некоторой области пространства одновременно имеются однородные и стационарные электрическое и магнитное поля с векторами  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ , угол между которыми равен  $\alpha$ . Частица с массой  $m$  и зарядом  $e$  попадает в это пространство с начальной скоростью  $v_0$ . Определить траекторию движения частицы.

7. (11) Груз массы  $M$  падает без начальной скорости с высоты  $H$  на пружину. Под действием упавшего груза пружина сжимается на величину  $h$ . Вычислить время сжатия пружины, пренебрегая массой пружины и силами трения.

8. (25) Качественно исследовать траекторию частицы массы  $m$ , движущейся во внешнем поле, потенциал которого равен

$$U = \frac{\alpha}{r} + \frac{\beta}{r^2}.$$

Определить условия, при которых частица может: 1) упасть на центр; 2) уйти в бесконечность; 3) совершать периодическое движение.

9. (41) Атом гелия состоит из ядра массы  $M$  и двух электронов массой  $m$ . Исключив движение центра масс атома, свести задачу к задаче движения двух частиц. Составить функцию Лагранжа рассматриваемой системы.

10. (43) Составит функцию Лагранжа диполя, образованного двумя противоположно заряженными массами  $m_1$  и  $m_2$ , находящегося в однородном электрическом поле  $\vec{E}$ .

11. Записать уравнение движения частицы в потенциале

$$U(x) = -\frac{U_0}{ch^2\alpha x}$$

Найти его решения при  $U \rightarrow U_{min}$ .

12. (4.1) Частица в поле  $U(x) = -Fx$  за время  $\tau$  перемещается из точки  $x = 0$  в точку  $x = a$ . Найти закон движения частицы, предполагая, что он имеет вид

$$x(t) = At^2 + Bt + C,$$

где  $A, B, C$  коэффициенты, которые надо подобрать так, чтобы действие имело наименьшее значение.

13. (5.1) Найти частоту малых колебаний частицы в поле  $U(x)$

$$U(x) = U_0 \cos \alpha x - F_0 x.$$

14. (5.20) На осциллятор с трением (собственная частота  $\omega_0$ , сила трения  $f_{fr} = -2\lambda m\dot{x}$ ) действует вынуждающая сила  $F(t)$ . Найти среднюю работу этой силы при установившихся колебаниях, если  $F(t) = F_0 \cos \omega t$ .

15. Легкая пружина зажата между телами А и В, лежащими на гладкой поверхности и соединенными нитью. Если тело А закрепить, то после пережигания нити и освобождения пружины тело В будет двигаться со скоростью  $V_B$ , а если закрепить тело В, то после пережигания нити и освобождения пружины тело А будет двигаться со скоростью  $V_A$ . С какими скоростями будут двигаться тела после пережигания нити, если их не закреплять?

16. В бочке с водой в вертикальном положении плавает пробирка массы  $M$ . В пробирку падает кусочек пластилина массы  $m$ . Пролетев по вертикали расстояние  $h$ , он прилипает ко дну пробирки. Пренебрегая трением, найти частоту и амплитуду колебаний пробирки, если площадь ее поперечного сечения равна  $S$ .

17. На гладкой горизонтальной поверхности лежит доска массы  $M$ . На конец доски кладут шайбу массы  $m$ , которой ударом сообщают

скорость  $v_0$  вдоль доски к ее противоположному концу. Коэффициент трения шайбы о доску равен  $\mu$ . На какое расстояние от исходного положения переместится по доске шайба, если известно, что шайба не соскальзывает с доски?

18. Предположим, что под землей имеется большая сферическая полость радиуса  $R$ , центр которой находится на глубине  $h < R$  от поверхности Земли. Считая плотность грунта постоянной, определить, как изменится ускорение свободного падения на поверхности Земли над центром полости?

19. В пространстве с однородными электрическим и магнитным полями движется протон, причем  $\vec{E} \parallel \vec{B}$ . В тот момент, когда скорость протона  $v_0 \perp \vec{E}, \vec{B}$ , его ускорение равно  $a_0$ . Найти напряженность  $|\vec{E}|$ , если известна величина  $|\vec{B}|$ .

20. Космический корабль разгоняется с помощью ионного двигателя, выбрасывающего ионы кислорода  $O^{2+}$ , ускоренные напряжением  $U$ . Ток ионного пучка  $I$ , масса корабля  $M$ . Найти ускорение корабля.

21. Два шарика массами  $m_1$  и  $m_2$ , связанные пружинкой длиной  $l_0$  и жесткостью  $k$ , покоятся на гладкой горизонтальной поверхности. Шарик  $m_1$  сообщили скорость  $v_0$  в направлении от шарика  $m_2$  вдоль линии центров. На какое максимальное расстояние удалятся шарики друг от друга?

22. Два студента играют в мяч, перебрасывая его друг другу. Известно, что мяч от одного игрока до другого летит в течении  $\tau$  секунд. На какую максимальную высоту поднимается мяч в процессе игры?

23. Деревянный куб с ребром  $a$  и плотностью  $\rho$  плавает на поверхности воды плотностью  $\rho_0$ . Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы полностью погрузить куб в воду?

24. Оценить среднее расстояние между молекулами насыщенного пара воды при температуре  $100^\circ C$ .

25. Из одной точки над поверхностью Земли одновременно вылетают две частицы с горизонтальными скоростями  $v_1$  и  $v_2$ . Через какое время угол между векторами скоростей этих частиц станет равен  $\alpha$ ?

26. На горизонтальном диэлектрическом диске, вращающемся вокруг своей оси, на расстоянии  $r$  от оси находится небольшое заряженное тело массы  $m$ , имеющее заряд  $q$ . Диск находится в магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$ , направленной вдоль оси вращения. Коэффициент трения между телом и диском равен  $\mu$ . Найти максимальную угловую скорость вращения диска, при которой тело еще не начнет скользить по диску. Поляризацию диска не учитывать.