П. М. Красильников

ИЗБРАННЫЕ ГЛАВЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Курс лекций для биофизиков

Биологический факультет МГУ, кафедра Биофизики
krapam@mail.ru, 939-43-67, 8-916-478-79-69

2011

Глава 1

Основы специальной теории относительности

1.1 Проблема эфира

1.1.1 Пространство и время в механике Ньютона.

Законы механики, открытые Галилеем и Ньютоном, подняли важный вопрос о так называемых инерциальных системах отсчета, т.е. системах отсчета, движущихся равномерно и прямолинейно. В таких системах отсчета законы физики выполняются одинаковым образом, что выражается в инвариантности динамических уравнений при переходе из одной инерциальной системы в другую. Такой переход осуществляется с помощью преобразований Галилея, которые выражают равноправие всех инерциальных систем отсчета [af1]

$$
\begin{aligned}
\vec{r}\,' &= \vec{r} - \vec{u},\\
\vec{V}' &= \vec{V} - \vec{u},\\
t' &= t,
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

где $\vec{r}\,'$ - радиус-вектор точки относительно системы отсчета, движущейся с постоянной скоростью $\vec{u}$ относительно неподвижной системы отсчета, $\vec{V}$ и $\vec{V}'$ - скорости этой точки относительно, соответственно, неподвижной и движущейся систем отсчета, t и t' время в соответствующей системе отсчета. Последнее уравнение выражает условие того, что ход часов не зависит от движения инерциальной системы отсчета.

С помощью этих преобразований легко устанавливается инвариантность законов механики относительно инерциальных систем отсчета – принцип относительности Галилея. Действительно, из очевидной цепочки равенств получим следующее

$$m\vec{a}\,' = m\frac{d^2\vec{r}\,'}{dt^2} = m\frac{d^2(\vec{r}-\vec{u}t)}{dt^2} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = m\vec{a} = \vec{F},$$

где $\vec{a}\,'$ и $\vec{a}$ - ускорение частицы в движущейся и неподвижной системах отсчета, соответственно.

Равноправность всех инерциальных систем отсчета, в частности, выражается в том, что никакими механическими способами невозможно определить равномерное движение уединенного наблюдателя. Если в пустом пространстве находится единственное тело, то состояние его равномерного движения определить невозможно. Это свидетельствует о том, что все равномерные движения относительны. Отсюда вытекает вопрос, является ли пространство физической реальностью или это просто удобный термин для описания движения?

В противоположность равномерному движению ускоренное движение является абсолютным. При рассмотрении систем отсчета движущихся ускоренно, т.е. неинерциальных систем отсчета, возникает вопрос о том, что является причиной появления сил инерции? Ньютон приписал эту причину пространству. Если это так, то существование сил инерции можно трактовать как доказательство физической реальности пространства. Действительно, если во Вселенной существует единственное тело, например, карусель, то закрутив ее, мы ощутим действие центробежных сил инерции, т.е. действие сил со стороны пространства.

1.1.2 Эфир.

До конца XIX века существовала парадигма, что пространство абсолютно, т.е. существует само по себе и его свойства не зависят от взаимоотношений с чем бы то ни было, например, с материей, находящейся в этом пространстве. Аналогично считалось, что течение времени абсолютно, равномерно и безразлично к любым событиям. Подразумевалось также, что между пространством и временем нет никакой взаимосвязи. Созданная в начале XX века теория относительности внесла принципиальные коррективы в понятия пространства и времени.

В 60-х годах XIX века Дж. К. Максвелл создал теорию электромагнитного поля, из которой следовал новый важный эффект – существование в свободном пространстве электромагнитного излучения (волн) и его распространения со скоростью света. Таким образом была установлена электромагнитная природа света. Однако, было постулировано при этом, что электромагнитные волны (свет) распространяются в эфире – тончайшей, абсолютно проницаемой и заполняющей все пространство среде. Электромагнитные волны рассматривались как упругие колебания эфира. Представление об эфире возникло в процессе генезиса теории электромагнитного поля, которая основывалась на необходимости существования среды, в которой волны могут распространяться, аналогично звуковым волнам. Эфир обладал необычными свойствами, поэтому необходимо было получить независимое подтверждение его существования. Например, можно было бы измерить скорость света в движущейся относительно эфира системе отсчета. Тогда, должно было бы получиться, что скорость света в этой системе имела бы значение

$$c' = c \pm u,$$

где u - скорость системы отсчета относительно неподвижного эфира, c - скорость света в этом эфире, c' - скорость света в движущейся системе отсчета.

1.1.3 Опыты Физо.

Для измерения скорости света А. Физо предложил следующий метод. Тонкий луч света направляется на край вращающегося зубчатого диска перпендикулярно его плоскости таким образом, что свет может проходить между зубцами диска. При вращении диска луч света периодически закрывается зубцами. Свет, прошедший между зубцами вращающегося диска, далее проходит расстояния L до зеркала и возвращается. Можно подобрать скорость вращения диска так, что отраженный луч также будет проходить между зубцами диска. Тогда можно измерить скорость света

$$c = \frac{2L}{T},$$

где T - время, за которое колесо поворачивается, например, на один зубец.

Если же установка движется относительно эфира со скоростью u, то в лабораторной системе отсчета скорость света на пути к зеркалу будет, например, $c_- = c - u$, а после отражения $c_+ = c + u$. Тогда, полное время на прохождения светом пути туда и обратно будет [af01]

$$T = \frac{L}{c-u} + \frac{L}{c+u} = \frac{2L}{c}\frac{1}{1-\left(\frac{u}{c}\right)^2} \approx \frac{2L}{c}\left(1 + \left(\frac{u}{c}\right)^2 + ...\right). \qquad (1.2)$$

Отсюда следует, что для измерения этого эффекта чувствительность прибора должна быть не меньше величины $\left(\frac{u}{c}\right)^2$, т.е. существенным образом зависит от скорости установки. Например, средняя скорость орбитального движения Земли вокруг Солнца составляет примерно 30 км/с.

Так как орбита Земли является замкнутой траекторией, то в какой-либо ее точке (т.е. в какое-либо время года) квадрат отношения скоростей составит величину $\left(\frac{u}{c}\right)^2 \approx 10^{-8}$. Во времена Физо такая чувствительность аппаратуры была еще недостижимой.

1.1.4 Опыт Майкельсон - Морли.

В этом опыте, используя интерферометр Майкельсона, с высокой точностью измерялось отношение величин скорости света в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Для этого первоначальный световой луч с помощью полупрозрачного зеркала разбивался на два взаимно перпендикулярных луча. Эти лучи, пройдя определенное расстояние l_1 и l_2 (длины плеч интерферометра), отражались обратно с помощью зеркал и собирались в одной точке, где наблюдалась интерференционная картина в виде системы полос. При том или ином изменении разности оптического хода лучей должен наблюдаться сдвиг интерференционных полос, используя который можно вычислить изменение скорости света. Для того, чтобы лучше уяснить суть метода рассмотрим векторную сумму скоростей

$$\vec{c} = \vec{c}\,' + \vec{u},$$

где $\vec{c}$ и $\vec{u}$ - скорости света и Земли относительно эфира, $\vec{c}\,'$ - скорость света относительно Земли, которая составляет угол α с вектором $\vec{u}$. Возведя в квадрат обе части этого равенства, выразим модуль скорости c' через модули двух других скоростей [af2]

$$c' = -u\cos\alpha + c\sqrt{1-\beta^2\sin^2\alpha} \approx c\left(1-\beta\cos\alpha-\frac{1}{2}\beta^2\sin^2\alpha\right), \qquad (1.3)$$

где $\beta = u/c$. В каждом плече интерферометра свет затрачивает время на путь до отражающего зеркала и обратно, причем при отражении угол между векторами скоростей $\vec{c}\,'$ и $\vec{u}$ меняется с α на $\pi - \alpha$. Полное время прохождения светом каждого плеча интерферометра вычисляется также, как и в опыте Физо. Для времени прохождения первого плеча интерферометра

$$T_1 = \frac{l_1}{c}\frac{1}{1-\beta\cos\alpha-\frac{1}{2}\beta^2\sin^2\alpha} + \frac{l_1}{c}\frac{1}{1+\beta\cos\alpha-\frac{1}{2}\beta^2\sin^2\alpha}$$

с точностью до β^2 получим следующее выражение [af3]

$$T_1 \approx \frac{2l_1}{c}\frac{1-1/2\beta^2\sin^2\alpha}{1-\beta^2}. \qquad (1.4)$$

Для вычисления времени T_2 прохождения светом второго плеча интерферометра надо в (1.4) всего лишь сделать замену $\alpha \to \alpha \pm \pi/2$, тогда получим [af4]

$$T_2 \approx \frac{2l_2}{c} \frac{1 - 1/2\beta^2 \cos^2 \alpha}{1 - \beta^2}. \quad (1.5)$$

Положим теперь $l_1 = l_2 = l$, как это и было в эксперименте, и найдем разность времен [af5]

$$\Delta T = T_1 - T_2 = \frac{2l}{c} \; \frac{1/2\beta^2}{1 - \beta^2} \cos 2\alpha \approx \frac{l}{c} \; \beta^2 \cos 2\alpha. \quad (1.6)$$

Разность времен прохождения световыми лучами разных плеч интерферометра определит разность фаз $\Delta\phi$ этих лучей в точке схождения [af6]

$$\Delta\phi = \omega \Delta T = \frac{2\pi c}{\lambda} \; \frac{l}{c} \; \beta^2 \cos 2\alpha, \quad (1.7)$$

где ω и λ - частота и длина световой волны. Если экспериментальная установка (интерферометр) будет вращаться, то будет меняться угол α, что, согласно (1.7), приведет к сдвигу интерференционных полос. Как известно, условие интерференционного максимума выражается следующим образом

$$\Delta\phi = 2\pi n,$$

где n - порядок интерференции. Отсюда получим

$$\Delta l = l\beta^2 \cos 2\alpha = n\lambda,$$

где Δl - разность хода лучей. Максимальное изменение разности хода одних и тех же лучей из-за вращения установки составляет $\Delta_{max} l = 2l\beta^2$, тогда максимальный сдвиг интерференционных полос, обусловленный этим изменением, составит

$$\Delta_{max} = \frac{\Delta_{max} l}{\lambda} = \frac{2l\beta^2}{\lambda}.$$

Ожидаемый сдвиг интерференционных полос в опыте Майкельсона и Морли составлял примерно 20% от ширины интерференционной полосы, т.е. $\Delta_{max} l \approx 0.2$, что многократно превосходило необходимую точность для обнаружения эффекта. Однако результаты опыта оказались отрицательными. Это означало, что, по крайней мере с точностью 10^{-8}, скорость света не зависит от скорости движения системы отсчета. Это был неожиданный и весьма странный результат. Он противоречил основным положениям классической физики. Это результат необходимо было осмыслить и дать ему надлежащую интерпретацию.

1.2 Попытки "спасения" гипотезы эфира

1.2.1 Увлечение эфира движущимся телом

Отрицательный результат опыта Майкельсона - Морли можно было бы объяснить, если предположить, что интерферометр покоится относительно эфира, т.е. если $\vec{u} = 0$. Эта идея была высказана в виде гипотезы увлечения эфира движущейся Землей, аналогично тому, как движущееся в жидкости тело вовлекает в движение адсорбировавшиеся на его поверхности слои жидкости (сольватную или гидратную оболочку). Однако эту гипотезу достаточно быстро отвергли, т.к. ей противоречили наблюдения аберрации (смещения) видимых положений звезд. Действительно, если представить, что свет от далекой звезды падает нормально на поверхность Земли, которая движется с орбитальной скоростью $\vec{u}$ в перпендикулярном лучу направлении, то для ее наблюдения телескоп надо ориентировать под углом θ к вертикали, где $tg\theta = u/c$. Так как в диаметральных точках орбиты Земли векторы ее скорости имеют противоположные направления, то изменение скорости за полгода составит величину $\Delta u \approx 2u$. Следовательно, угол ориентации телескопа надо будет изменить примерно на величину $\Delta\theta \approx \Delta u/c \approx 2\ 10^{-4}$ рад. Такая аберрация света должна наблюдаться в случае если Земля не увлекает эфир в своем движении и, наоборот, не должна наблюдаться, если эфир вовлекается в орбитальное движение Земли. Наблюдения показали, что аберрация видимого положения Звезд имеет место, т.е. эфир не увлекается Землей.

1.2.2 Источник

Была высказана следующая остроумная гипотеза: скорость света равна постоянному значению c только относительно источника света, но не относительно эфира. Таким образом, если источник света, например, зеркало, от которого отражается свет, движется относительно эфира, то скорость света относительно этого эфира будет равна $\vec{c}\,' = \vec{c} \pm \vec{u}$. Эта гипотеза позволила снять практически все противоречия в теории эфира за исключением одного, связанного с отсутствием интересного эффекта, который, окажись эта гипотеза справедливой, должен был бы проявляться при наблюдении двойных звездных систем. Суть дела состоит в следующем. Рассмотрим двойную звездную систему, обращающуюся вокруг общего центра масс. Для простоты положим, что массы звезд равны, а удаленный наблюдатель располагается в плоскости вращения этой звездной системы. Обозначим через L расстояние от наблюдателя до центра масс системы, а через R - радиус круговой орбиты звезд, которые обозначим A и B и которые располагаются в диаметрально противоположных точках орбиты и движутся с орбитальной скоростью u. Будем полагать $L \ggg R$, так что $tg\alpha = R/L \lll 1$, где угол, под которым наблюдатель видит радиус орбиты $\alpha \to 0$.

Теперь, учтя, что скорость света остается постоянной и равной c относительно источника, вычислим время, необходимое лучу света для преодоления расстояния до наблюдателя. В силу того, что скорость источника меняется относительно наблюдателя, то и требуемое время будет различным в зависимости от фазы вращения звездной системы. Примем за начальное положение звезд, когда для наблюдателя звезда А затмевает звезду В ("парад" звезд). Тогда время T_A необходимое свету, испущенного этой звездой, для достижения наблюдателя будет выражаться следующим образом

$$T_A = \frac{L - R\cos\omega t}{c - u\sin\omega t} = \frac{L}{c}\,\frac{1 - \gamma\cos\omega t}{1 - \beta\sin\omega t} \approx \frac{L}{c}(1 - \gamma\cos\omega t + \beta\sin\omega t),$$

где $\gamma = R/L$, $\beta = u/c$, ω - угловая скорость звезд, t - местное время. Аналогично, для времени T_B

$$T_B = \frac{L + R\cos\omega t}{c + u\sin\omega t} \approx \frac{L}{c}(1 + \gamma\cos\omega t - \beta\sin\omega t).$$

Благодаря такой зависимости $T_{A,B}$ от скорости движения звезд, наблюдаемая яркость двойной системы должна была бы периодически зависеть от времени, причем весьма причудливым образом. Например, разность временного хода лучей от любой звезды в ее различных фазах движения может превысить период обращения. Так, для звезды А при $\phi_1 = \omega t_1 = \pi/2$ и $\phi_2 = \omega t_2 = 3\pi/2$, получим

$$\Delta T_A = \frac{2Lu}{c^2}.$$

Так эта разность зависит от L, то для достаточно удаленных систем такое условие может быть выполнено. Тогда движение звезд будет выглядеть весьма странно. Двигаясь по орбите, звезда будет исчезать, появляясь в диаметрально противоположной точке, а затем вдруг появляясь в первоначальной точке. Таким образом, возможно будет увидеть не одну звезду, а сразу несколько ее изображений, т.к. свет, испущенный раньше, придет к наблюдателю позже. Аналогичная трансформация будет происходить и со второй звездой. Если бы такое явление имело место, то оно было бы замечено. Однако такового явления не наблюдалось, следовательно, скорость света не равна c относительно только источника излучения.

1.2.3 Теория Лоренца

Сокращение длины. Теория Лоренца основывалась на предположении, что электромагнитные силы суть натяжения эфира. Покоящийся точечный заряд возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, эквипотенциальные поверхности которого являются сферами

$$\varphi = \frac{e}{R}.$$

Рассматривая эфир как упругую среду, причем полагая, что сам эфир не вовлекается в движение, Лоренц показал, что в случае движущегося со скоростью $\vec{u}$ заряда, эквипотенциальные поверхности будут деформироваться, превращаясь из сферических поверхностей в поверхности эллипсоида вращения. При этом две полуоси этого эллипсоида, перпендикулярные вектору $\vec{u}$, остаются равными радиусу исходной сферы, а третья полуось, направленная вдоль вектора скорости $\vec{u}$, укорачивается по сравнению с радиусом исходной сферы и становится равной

$$R' = R\sqrt{1-\beta^2},$$

где $\beta = u/c$. Отсюда следовал вывод, что так как любое тело, например, кристалл, в конечном итоге есть сумма электрических потенциалов, то при движении этого тела система эквипотенциальных поверхностей сжимается в направлении движения. так как равновесные положения атомов соответствуют тем точкам, где потенциал минимален, то, следовательно, должно сжаться и само тело [af06]

$$l = l_0\sqrt{1-\beta^2}, \qquad (1.8)$$

где l_0 - так называемая собственная длина тела, т.е. его длина в неподвижной системе отсчета.

Результат опыта Майкельсона - Морли. Принимая во внимание такое релятивистское сокращение длины и используя формулы (1.4) и (1.5), легко показать, что с точностью до β^2 величина $\Delta T = 0$ (см. (1.6)). Действительно, при учете сокращения длины получим

$$l_1 = l_0\sqrt{1-\beta^2\cos^2\alpha} \approx l_0(1 - 1/2\beta^2\cos^2\alpha),$$

$$l_2 = l_0\sqrt{1-\beta^2\sin^2\alpha} \approx l_0(1 - 1/2\beta^2\sin^2\alpha).$$

Подставив эти выражения в формулы (1.4) и (1.5), получим $\Delta T = T_1 - T_2 = 0$. Такое же значение ΔT получается и в общем случае, в чем нетрудно убедиться, используя точное выражение для скорости c' в формуле (1.3).

Таким образом, с учетом релятивистского сокращения длины движущегося тела, в опыте Майкельсона - Морли принципиально не должно наблюдаться никакого сдвига интерференционных полос. Следовательно, этот эксперимент не возможно использовать для определения скорости света относительно эфира.

Электромагнитная масса. При движении электрического заряда возникает магнитное поле. Если заряд движется ускоренно, то магнитное поле возрастает пропорционально скорости заряда. Так как магнитное поле меняется (возрастает), то, согласно закону электромагнитной индукции, возникает электрическое поле, которое, согласно правилу Ленца, противодействует силе, вызывающей рост магнитного поля, т.е. тормозит заряд. На заряженную частицу, движущуюся с ускорением $\vec{a}$, действует сила сопротивления

$$\vec{F}_\lambda = -\lambda\vec{a},$$

где λ - постоянная, зависящая от размеров частицы и от распределения заряда на ней. Для медленно движущихся сферических частиц $\lambda = e^2/r_0$, где r_0 - радиус частицы, на которой равномерно распределен заряд e. С учетом этого уравнение Ньютона принимает вид

$$m_0\vec{a} = -\lambda\vec{a} + \vec{F}_{ex}$$

или

$$(m_0 + \lambda)\vec{a} = \vec{F}_{ex},$$

где m_0 - механическая масса частицы, $\vec{F}_{ex}$ - внешняя сила. Величина λ получила название электромагнитной массы.

Лоренц показал, что величина λ зависит от скорости движения заряда

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Следовательно, полная масса заряженной частицы должна также зависеть от ее скорости по закону

$$m = m_0 + \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Опыты с катодными лучами по измерению удельного заряда, т.е. отношения e/m, показали, что эффективная масса m действительно возрастает с увеличением скорости электронов, но по закону

$$m_{eff} = \frac{m}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Из этого вытекали две возможности: либо вся масса частицы целиком является электромагнитной, либо чисто механическая масса частицы также пропорциональна фактору $1/\sqrt{1-\beta^2}$. Таким образом получалось, что масса тела зависит от скорости af7

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{1.9}$$

где m_0 - масса покоя частицы.

Замедление хода часов и опыты Физо. Основываясь на своей теории, Лоренц показал, что коэффициент упругости тел также зависит от скорости движения этого тела

$$k = k_0\sqrt{1-\beta^2},$$

где k_0 - коэффициент упругости (жесткость) неподвижного тела. Из этих результатов непосредственно следовал вывод о замедлении хода часов, т.е. об увеличении периода колебаний гармонического маятника при его движении. Действительно, период колебаний гармонического маятника имеет вид

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m_0}{k_0}}\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{T_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где T_0 - период колебаний неподвижного осциллятора.

Вернемся к опыту Физо. Для измерения скорости света необходимо было измерить промежуток времени прохождения лучом света пути до зеркала и обратно (1.2)

$$T = \frac{2L}{c}\,\frac{1}{1-\beta^2}.$$

Если, однако, учесть, что измерительная установка (лаборатория) движется относительно эфира со скоростью u, то это означает, что соответствующие длины сокращаются, а ход времени замедляется относительно неподвижного эфира, т.е.

$$L = L_0\sqrt{1-\beta^2}, \quad T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Подставляя эти выражения в предыдущую формулу, получим

$$T_0 = \frac{2L_0}{c}.$$

Отсюда следует, что результат измерения не зависит от скорости движения лаборатории относительно эфира. Другими словами, все наблюдатели, измеряя скорость света по методу Физо, получат один и тот же результат, с какой бы скоростью u их лабораторная установка не двигалась бы относительно неподвижного эфира.

Проблема Одновременности. Из вышесказанного следует, что ни опыт Физо, ни опыт Майкельсона - Морли не могут быть использованы для измерения скорости Земли $\vec{u}$ относительно эфира, т.к. результаты измерения не зависит от скорости движения измерительной установки. Вместе с тем эту скорость знать необходимо для вычисления истинных длин предметов и интервалов времени относительно неподвижной системы отсчета, связанной с эфиром.

Эту проблему можно попытаться решить, измеряя скорость света непосредственно, т.е. измеряя промежуток времени который свет затрачивает на прохождение расстояния между двумя точками в лабораторной системе отсчета. Тогда, в опыте Физо можно было бы измерить по-отдельности время распространения сигнала в прямом T_1^0 и обратном T_2^0 направлениях. Разность этих времен с учетом релятивистских поправок была бы равна

$$\Delta T^0 = \frac{2uL_0}{c^2},$$

что позволило бы измерить скорость u. Однако, для выполнения этой задачи требуется хотя бы двое часов, которые совершенно одинаковые и идут синхронно. Возникает проблема синхронизации часов, т.к. их невозможно синхронизовать на расстоянии с помощью электромагнитных волн по причине не знания скорости движения u Земли относительно эфира. Можно предложить следующую процедуру синхронизации. Двое одинаковых часов A и B помещаются рядом (в одной точке) и синхронизуются в лаборатории, которая движется с неизвестной скоростью u относительно эфира. Затем часы B осторожно и медленно, со скоростью $\delta u << u$, относят в этой лаборатории на некоторое расстояние l_0 от часов A. Скорость часов B относительно эфира при этом будет $u + \delta u$.

Расстояние l между этими часами в неподвижной системе отсчета, связанной с эфиром, будет

$$l = \delta u \cdot \tau,$$

где τ - промежуток времени в этой системе отсчета, в течении которого часы B переносились.

Частота колебаний часового механизма $\nu = 1/T$, поэтому для частоты часов в неподвижной системе отсчета будем иметь выражения

$$\nu_A = \nu_0 \sqrt{1-\beta^2},$$

$$\nu_B = \nu_0 \sqrt{1 - \left(\frac{u+\delta u}{c}\right)^2} \approx \nu_A - \nu_A \frac{\delta u \cdot u/c^2}{1-\beta^2},$$

где $\beta = u/c$. В последнем выражении проведено разложение по малому параметру $\delta u/c << 1$. Вычитая из первого выражения второе, получим

$$\nu_A - \nu_B = \nu_A \frac{\delta u \cdot u/c^2}{1-\beta^2}.$$

Отсюда следует, что частоты часовых механизмов станут разными. За интервал времени $\tau = l/\delta u$, в течение которого часы B перемещались относительно часов A при наблюдении из неподвижной системы отсчета, связанной с эфиром, между ходом часов набежит разность фаз $\Delta\phi$ [af8]

$$\Delta\phi = (\nu_A - \nu_B)\tau = \nu_A \ \frac{l}{1-\beta^2} \ \frac{u}{c^2}. \tag{1.10}$$

Следовательно, после разнесения часов возникнет разность в их показаниях [af9]

$$\Delta t = t_A - t_B = \frac{\Delta\phi}{\nu_A} = \frac{l}{1-\beta^2} \ \frac{u}{c^2} = \frac{l_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \ \frac{u}{c^2}. \tag{1.11}$$

Здесь, при получении последнего равенства учтено, что $l = l_0\sqrt{1-\beta^2}$. Из выражения (1.11) следует, что рассинхронизация часов пропорциональна l_0 и не зависит от скорости перемещения δu. В связи с тем, что скорость Земли u относительно эфира не известна, а измерить ее невозможно, то невозможно также узнать насколько часы рассинхронизировались.

Отсюда следует, что наблюдатель в лаборатории (экспериментатор) не зная об этой рассинхронизации часов, назовет два события, для которых показания часов A и B будут одинаковыми, одновременными. Однако он ошибется при этом, так как часы в действительности показывают разное время. Таким образом, в результаты наблюдения необходимо ввести еще дополнительную поправку на одновременность событий, т.е. поправку на показания часов, находящихся в разных точках. Заметим, что перенесенные часы, в нашем примере часы B, показывают меньшее время, т.е. отстают, т.к. согласно (1.11), $\Delta t = t_A - t_B > 0$. Используя выражение (1.11), можно получить соотношение между ходом времени t в неподвижной системе отсчета и ходом времени t_0 в движущейся системе отсчета [af10]

$$t = \frac{t_0 + ul_0/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{1.12}$$

где l_0 - расстояние между часами в движущейся системе отсчета, т.е. расстояние измеренное наблюдателем находящимся в этой же системе (собственная длина).

Используем полученные соотношения для определения скорости света. Наблюдатель, находящийся в подвижной системе отсчета, измерит время t_0, за которое свет в этой системе отсчета пройдет расстояние l_0 между часами. Тогда скорость света, которую определит наблюдатель, будет равна

$$c_0 = \frac{l_0}{t_0}.$$

Теперь необходимо найти связь между c_0 и скоростью света c, которую он имеет относительно неподвижного эфира. Найдя эту связь, можно будет вычислить скорость u лаборатории относительно неподвижного эфира. Для простоты будем полагать, что координатные оси подвижной и неподвижной систем координат параллельны, скорость $\vec{u}$ направлена вдоль оси x и часы также расположены на этой оси, т.е. свет распространяется тоже вдоль оси x. Далее, часы A помещаются в начало подвижной системы и свет к часам B посылается в тот момент времени, когда начала подвижно и неподвижной систем отсчета совпадают. Для наблюдателя, находящегося в неподвижной системе отсчета, т.е. покоящегося относительно эфира, свет распространяется со скоростью c и по своим часам он зафиксирует приход света к часам B в момент времени t. С его точки зрения свет пройдет расстояние, равное [af11]

$$ct = l + ut, \tag{1.13}$$

где l - расстояние между часами A и B относительно неподвижной системы. Отсюда получим, что

$$l = (c-u)t.$$

Теперь учтем релятивистские поправки, связанные с сокращением длины (1.8) и замедления времени (1.12). Подставив их в это выражение, получим

$$l_0\sqrt{1-\beta^2} = (c-u)\frac{t_0 + ul_0/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Проведя элементарные преобразования, получим

$$(l_0 - ct_0)(c - u) = 0.$$

Отсюда непосредственно следует, что

$$c = \frac{l_0}{t_0} = c_0.$$

Таким образом, при измерении всегда, независимо от скорости движущейся системы отсчета, будет получаться одна и та же величина скорости света, равная скорости света c относительно неподвижного эфира. Здесь возникает естественный вопрос, а существует ли вообще эксперимент, результаты которого зависели бы от скорости движения лабораторной установки относительно эфира? Согласно теории Лоренца, такого эксперимента не существует.

Преобразования Лоренца. Выше мы уже получили соотношения между пространственными и временными координатами одних и тех же событий в подвижной и неподвижной системах отсчета. Эти соотношения носят название преобразований Лоренца. Придадим им традиционный вид. Положим, как и выше, что координатные оси подвижной K' и неподвижной K систем координат параллельны, скорость $\vec{u} = \{u, 0, 0\}$ направлена вдоль оси $x||x'$. В начальный момент времени начала координатных систем совпадают. Далее, традиционно будем обозначать штрихами координаты событий в подвижной системе отсчета. Тогда, принимая во внимание, что $x = ct,\ l_0 = x',\ t_0 = t'$ и используя формулы (1.12) и (1.13), получим

$$x = x'\sqrt{1-\beta^2} + u\frac{t' + x'u/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x' + ut'}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Следовательно, для данной ориентации координатных осей, будем иметь [af12]

$$\begin{aligned} x &= \tfrac{x'+ut'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ y &= y', \\ z &= z', \\ t &= \tfrac{t'+x'u/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}. \end{aligned} \tag{1.14}$$

Эти формулы выражают преобразования Лоренца. Для того, чтобы выразить штрихованные координаты через нештрихованные, достаточно поменять местами соответствующие штрихи и изменить знак у скорости $u \to -u$.

Следствие. Рассмотрим световую волну, испущенную точечным источником в начале координат системы K в начальный момент времени $t = t' = 0$, когда начала систем K и K' совпадают. Волновой фронт в системе K имеет вид сферы

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 0.$$

Используя преобразования Лоренца, получим, что и в подвижной системе K' волновой фронт этой волны имеет сферическую форму, т.е.

$$c^2t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 = 0.$$

Отсюда следует вывод, что все равномерно движущиеся наблюдатели при измерениях получат одну и ту же величину скорости света независимо от их движения относительно эфира.

Если в качестве четвертой координаты ввести координату ct, то из преобразований Лоренца следует инвариантность интервала между двумя событиями в четырехмерном пространстве-времени [af13]

$$c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2 = const. \tag{1.15}$$

Инвариантность интервала в четырехмерном пространстве-времени аналогично свойству обычного трехмерного евклидова пространства, в котором инвариантом является расстояние между двумя точками. Четырехмерное пространство-время является псевдоевклидовым пространством, т.к. временная координата имеет другой знак.

Закон сложения скоростей. Из выражений (1.14) легко получит релятивистский закон сложения скоростей. Действительно, продифференцировав первое выражение по t, получим

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\frac{dx'}{dt'}\frac{dt'}{dt} + u\frac{dt'}{dt}}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

а из последнего выражения (1.14) будем иметь

$$\frac{dt}{dt'} = \frac{1 + \frac{u}{c^2}\frac{dx'}{dt'}}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Комбинируя эти выражения и вводя обозначения $dx/dt = v_x$, $dx'/dt' = v'_x$, получим [af14]

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + \frac{v'_x u}{c^2}}. \qquad (1.16)$$

При малых скоростях инерциальной системы, т.е. при $u << c$, из (1.16) следует закон сложения скоростей Галилея

$$v_x = v'_x + u.$$

Из релятивистского закона сложения скоростей вытекает также то, что скорость света в любых инерциальных системах отсчета равна c. Действительно, положим $v'_x = c$, тогда из (1.16) получим

$$v_x = \frac{c + u}{1 + u/c} = c,$$

причем скорость инерциальной системы u может быть любой, в том числе и равной скорости света.

1.2.4 Постулат Эйнштейна

Из вышеприведенного анализа следует, что "истинные" значения длин и временных интервалов относительно эфира принципиально не возможно измерить. Эти параметры внутренне не определены, т.к. не входят ни в одно наблюдаемое соотношение. Более того, сам эфир является гипотетической субстанцией с необычными свойствами. Так нужен ли эфир? Ничего не изменится, если положить, что эфира и связанной с ним системы отсчета вообще не существует. Роль эфира, помимо среды для распространения электромагнитных волн, состояла в том, что он был носителем понятий абсолютного пространства и абсолютного времени в ньютоновой механике. Отказ от эфира автоматически повлечет отказ от этих понятий. Существенный вклад Эйнштейна в специальную теорию относительности как раз и состоял в том, что он сделал этот шаг. Отвергнув эфир, Эйнштейн выдвинул постулат: **все равномерно движущиеся наблюдатели в результате измерений в своих системах отсчета получат одно и то же значение скорости света независимо от своих собственных скоростей. Скорость света одинакова относительно любых инерциальных систем отсчета.**

Постоянство скорости света относительно любых инерциальных систем отсчета есть следствие теории Лоренца, которое было многократно проверено в эксперименте (опыт Майкельсона - Морли, опыт Физо и др.). Следовательно, верно и обратное, из постулата постоянства скорости света вытекают преобразования Лоренца, релятивистское сокращение длин и относительность одновременности. Однако, в своей теории Лоренц полагал, что сокращения длины и замедление хода времени являются реальными, т.е. полагал, что стержень действительно сжимается (укорачивается) в направлении движения. Такое представление являлось следствием аксиоматического принятия понятий абсолютного пространства и абсолютного времени, которые по сути берут начало еще из аристотелевского учения и закрепляются в механике Ньютона. Это были фундаментальные понятия классической физики. Физическая реализация этих понятий связывалась с существованием неподвижного эфира. В связи с этим отказ от понятия эфира был не просто формальным смещением акцентов в интерпретации результатов экспериментов, а носил радикальный характер, затрагивающий самые основы физических представлений.

В теории Эйнштейна, основанной на постулате постоянства скорости света, эффекты сокращение длины и замедление хода времени имеют интерпретацию радикально отличную от предложенной Лоренцом. Эти эффекты не затрагивают **собственных** размеров тел и временных интервалов, т.е., например, длина стержня в системе отсчета, относительно которой он покоится, не будет меняться в зависимости от того, что сама эта система отсчета движется со скоростью u, относительно другой системы отсчета. Однако наблюдатель, находящейся в другой системе отсчета, будет **воспринимать** длины укороченными, а временные интервалы увеличенными. Так, например, если два события последовательно происходят **в одной и той же** точке x_A неподвижной системы в моменты времени t_1 и t_2, то в этой системе они разделены временным интервалом

$$\Delta t = t_2 - t_1.$$

Временной интервал между этими событиями, наблюдаемый из движущейся системы, будет

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\beta^2}} > \Delta t.$$

Такое восприятие является следствием относительности одновременности одних и тех же событий в разных инерциальных системах отсчета и совершенно не имеет никакого отношения к механизму самих часов. Этот эффект проявляется тогда, когда наблюдатель исследует другие системы, движущиеся относительно него. В своих часах он не видит никаких изменений, т.к. их там нет. Интересно отметить, что для наблюдателя, движущегося со скоростью света (т.е. для светового луча), время в других системах остановлено. Таким образом, получается, что нет абсолютного пространства и абсолютного времени, а существует единое пространство-время, свойства которого таковы, что скорость света является постоянной величиной в любой инерциальной системе отсчета.

1.2.5 Некоторые замечания о времени и его направлении

Последовательность событий может быть симметричной и асимметричной во времени. Например, колебания маятника и сгорание спички, соответственно. Асимметрия во времени не есть свойство самого времени, а является свойством присущим самой физической системе. Говоря, что время течет от прошлого у будущему, мы говорим о течении психологического времени. Однако само время может в действительности течь в любом направлении. Асимметрия времени и его течение - это совершенно разные понятия, т.к. первое свойство присуще не самому времени, а физической реальности, точнее, системе или процессу. Временная асимметрия присуща, видимо, любому макроскопическому процессу.

Асимметрию во времени многих процессов объясняет термодинамика, используя понятие энтропии. Однако термодинамика не объясняет асимметрию процесса распространения волн. Особо стоит вопрос о процессе распада K^0-мезона. Он распадается на три частицы. Обратный процесс, когда из этих трех частиц возникает K^0-мезон, не соответствует точно обратному ходу процесса распада, в противоположность всем другим процессам с участием элементарных частиц.

Проблема Н-теоремы Больцмана. Механика Ньютона симметрична во времени. Следовательно, теорема Больцмана, утверждающая лишь на основании механики Ньютона, что энтропия возрастает асимметрично во времени, должна быть неверна, т.к. асимметрию невозможно получить из симметрии. Однако, т.к. энтропия все-таки возрастает, то Больцман должен был где-то неявно включить в свою теорию асимметрию.

Теорема Пуанкаре. Механическая система, подчиняющаяся обратимым законам механики, бесчисленное число раз может возвращаться в состояние сколь угодно близкое любому заданному. Период возврата Пуанкаре составляет 10^N, где N - число частиц системы.

При выводе Н-теоремы Больцман опирался на предположении о молекулярном хаосе. Однако хаос не всегда имеет место. Могут возникать флуктуации упорядоченного движения, однако вероятность крупных флуктуаций такого рода мала. Если система из состояния хаоса случайно попала в состояние с низкой энтропией, то она перейдет обратно в хаотическое состояние. Таким образом, будет наблюдаться временная симметрия. Следовательно, H-теорема не объясняет **почему всегда** происходит переход из состояния с низкой в состояние с высокой энтропией.

В чем состоит причина или механизм асимметрии во времени? Газ в изолированном ящике ведет себя не асимметрично. Следовательно, направление времени можно выбрать произвольно. Реальные системы, однако, ведут себя не так. В силу того, что временная асимметрия - это факт, то, следовательно, в больцмановской модели чего-то существенного не хватает. Здесь возникает вопрос о том, а каким, собственно, образом реальная система приходит в состояние с низкой энтропией, т.е. в упорядоченное состояние?

Рассмотрим пример. Представьте, что вы видите на пляже полуразмытый песочный замок. Каково ваше мнение о том, каким он был до этого? С точки зрения жизненного опыта мы скажем, что замок был целым, т.к. его кто-то построил. Однако с точки зрения систем больцмановского типа ответ будет другим, а именно, что замок был менее целым, т.к. такое состояние песка более вероятно. Великолепно! В чем же парадокс? Мы, высказывая свое мнение, знаем, что ветер и волны в конце концов сравняют замок с песком, чем и будет достигнуто состояние с максимальной энтропией. Однако (!), мы очень далеки от мысли, что эти факторы и воздвигли этот песочный замок. Пляж - это не изолированная система и замок был построен благодаря вмешательству извне. Ганс Рейхенбах (немецкий философ, 1891 - 1953) ввел понятие так называемой "ветвящейся структуры которая отличается от изолированной системы больцмановского типа тем, что она приходит в состояние с низкой энтропией, отделяясь при этом от окружающей Вселенной. Ветвящаяся структура ведет себя асмметрично во времени ввиду скрытого влияния извне. Причина асимметрии именно в воздействии извне, а не кроется в самой системе. Вопрос о направлении действия асимметрии, тем не менее, остается открытым.

Парадоксы и вопросы. Рассмотрим эксперимент. Ящик разделен на две части, в одной из которых смесь двух различных газов в отношении 9/1, а в другой смесь тех же газов, но в отношении 1/9. После удаления перегородки газы перемешаются и затем, задвинув перегородку вновь, получим в обеих частях ящика одинаковые смеси в отношениях 5/5. Если сделать такой же эксперимент, когда изначально в обеих частях ящика находятся равномерные смеси 5/5 этих газов, то после удаления и последующего вдвигания перегородки ничего не изменится.

Если снять фильм этих процессов и прокрутить пленку в обратном направлении, то получим в первом случае разделение газов в отношении 9/1, а во втором ничего не изменится. Таким образом, получается, что начальные условия, казалось бы, при обратном просмотре фильма одинаковые, а результаты разные. В чем дело?

Есть два возможных ответа.

1. Так как молекулы газа движутся хаотично, что, собственно, приводит к перемешиванию, то это условие перестает иметь место при обратной прокрутки фильма.

Действительно, молекулы двигаются при этом строго по тем же траекториям, но в обратном порядке. Но, однако, во втором фильме, где была равномерная смесь, она осталась таковой же и при обратной прокрутки фильма, хотя молекулы двигались по заданным траекториям. Нельзя сказать, что во втором фильме при обратной прокрутки молекулы газа двигались хаотически.

Следует ли отсюда вывод, что симметрия внешнего воздействия во времени иллюзорна? Как может возникнуть разделение смеси газов в отношении 9/1? Может ли такое произойти в результате случайной флуктуации?

2. Возрастание энтропии - это закон, а пример с фильмом неудачен, т.к. в природе нет абсолютно изолированных систем.

Действительно, рассмотрим следующий пример с бильярдом. Если отразить зеркально движение шаров, то ввиду микроскопических тепловых шумов при отражении от стенок и других шаров невозможно точно воспроизвести траекторию. Чем длиннее траектория, тем больше будет накопленная ошибка.

Асимметрия во времени и волновой процесс. Круги на воде от брошенного камня расходятся. Обратный процесс, когда волны от брошенного камня возникают у берегов пруда и исчезают, сходясь в точку, не наблюдается. Аналогично, электромагнитные волны расходятся от источника - так называемые запаздывающие волны. Обращенная во времени волна называется опережающей. Уравнения Максвелла имеют в качестве решений и те и другие волны, однако опережающие волны отбрасывают как не имеющие опытного подтверждения. Почему так, непонятно.

1.3 Релятивистская динамика частиц

1.3.1 Закон сохранения импульса

В любых инерциальных системах отсчета выполняется закон сохранения полного импульса механической системы. Посмотрим к какому следствию приведет рассмотрение процесса соударения двух шаров. Пусть система K' движется относительно неподвижной системы K со скоростью u, направленной вдоль оси[1] $x'||x$. Пусть в системе K' навстречу друг другу вдоль оси x' движутся со скоростями v' и $-v'$ два тела с одинаковыми собственными массами, равными m_0 (собственная масса - масса тела, измеренная в системе, относительно которой данное тело покоится). Рассмотрим абсолютно неупругий удар, после которого, согласно закону сохранения импульса, тела должны остановиться в системе K'. Посмотрим на этот процесс с точки зрения неподвижного наблюдателя в системе K.

С точки зрения неподвижного наблюдателя сталкивающиеся тела будут иметь разные по модулю скорости. Следовательно, как следует из теории Лоренца и было подтверждено экспериментально, эти тела должны иметь различные массы. Подчеркнем, в теории Лоренца предполагалось, что от скорости зависит так называемая электромагнитная масса тела, а эксперимент давал зависимость от скорости полной массы тела, механическая плюс электромагнитная. Здесь же под массой понимается чисто механическая масса. Обозначим массы тел m_1 и m_2, движущиеся со скоростями v' и $-v'$, соответственно.

Согласно релятивистскому сложению скоростей, относительно системы K эти тела будут иметь соответствующие скорости

$$v_1 = \frac{v' + u}{1 + \frac{v'u}{c^2}}, \quad v_2 = \frac{-v' + u}{1 - \frac{v'u}{c^2}}.$$

В соответствие с преобразованиями Лоренца нас должны интересовать выражения вида

$$\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}, \quad \sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}.$$

Подставив сюда выражения v_1 и v_2, легко получить следующие соотно-

[1]Если не оговорено особо, мы всегда полагаем оси подвижной и неподвижной систем отсчета параллельными, а их относительную скорость u направленной вдоль оси абсцисс.

шения [af15]

$$\begin{cases} \sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}} = \left(1+\frac{v'u}{c^2}\right)^{-1} \sqrt{\left(1-\frac{v'^2}{c^2}\right)\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)}, \\ \\ \sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}} = \left(1-\frac{v'u}{c^2}\right)^{-1} \sqrt{\left(1-\frac{v'^2}{c^2}\right)\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)}. \end{cases} \tag{1.17}$$

Закон сохранения импульса для неподвижного наблюдателя запишется следующим образом

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u.$$

Подставляя сюда выражения для скоростей v_1 и v_2 и группируя слагаемые с одинаковыми массами, элементарно получить следующее отношение масс

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1+\frac{v'u}{c^2}}{1-\frac{v'u}{c^2}}.$$

Используя формулы (1.17), получим [af16]

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\left(\sqrt{1-\frac{v_1^2}{c^2}}\right)^{-1}}{\left(\sqrt{1-\frac{v_2^2}{c^2}}\right)^{-1}}. \tag{1.18}$$

Из этого отношения вытекает, что массы тел не одинаковы при различных скоростях, но они обратно пропорциональны лоренцовскому фактору, т.е. в общем случае имеет место соотношение [af17]

$$m = \frac{const}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \tag{1.19}$$

где v - скорость частицы относительно наблюдателя. Если положить $v' = 0$, то сразу получим известное соотношение [af18]

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{1.20}$$

Мы рассмотрели простой случай лобового неупругого соударения. К такому же результату приводит рассмотрение самого общего случая столкновения частиц. Таким образом, из закона сохранения импульса следует, что для неподвижного наблюдателя масса тела не равна его массе покоя, но увеличивается с ростом скорости по закону (1.20).

1.3.2 Сила и энергия

Сила. В предыдущем разделе мы показали, что экспериментально наблюдаемая зависимость массы от скорости, предсказанная в теории Лоренца, в релятивистской динамике получается как следствие закона сохранения импульса. Отсюда следует вывод о том, что в динамике теории относительности закон сохранения импульса остается справедливым, причем импульс частицы выражается следующим образом [af19]

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{1.21}$$

Нет оснований полагать, что в релятивистской динамике не буде справедлив второй закон Ньютона. Однако в релятивистской динамике этот закон надо брать в форме

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F},$$

т.к. масса тела зависит от скорости. Подставив сюда выражение (1.21), получим после дифференцирования [af20]

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\,\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{m_0}{(1-\beta^2)^{3/2}}\,\frac{v\vec{v}}{c^2}\,\frac{dv}{dt} = \vec{F}, \tag{1.22}$$

где $v = |\vec{v}|$. Обратим внимание на то, что вектор силы $\vec{F}$ и вектор ускорения $d\vec{v}/dt$, вообще говоря, не параллельны друг другу, т.к. в (1.22) в правой части стоит сумма двух векторов. Кроме того, если $v = const$, то это означает, что $dv/dt = 0$, но при этом, вообще говоря, $d\vec{v}/dt \neq 0$. Это будет в том случае, если, например, $\vec{F} \perp \vec{v}$. В этом случае из (1.22) получим

$$\vec{F}_\perp = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\,\frac{d\vec{v}}{dt} = m\,\vec{a}_c.$$

где $\vec{a}_c = d\vec{v}/dt$ центростремительное ускорение.

В случае же, когда $\vec{F} \parallel \vec{v}$, из (1.22) с учетом того, что

$$\frac{v\vec{v}}{c^2}\,\frac{dv}{dt} = \frac{v^2}{c^2}\,\frac{d\vec{v}}{dt},$$

получим [af21]

$$\vec{F}_\parallel = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\,\frac{1}{1-\beta^2}\,\frac{d\vec{v}}{dt} = m\,\vec{a}_{rel}, \tag{1.23}$$

где

$$\vec{a}_{rel} = \frac{1}{1-\beta^2}\,\frac{d\vec{v}}{dt}$$

релятивистское ускорение, испытываемое частицей под действием силы, направленной параллельно скорости частицы.

Энергия. Вычислим кинетическую энергию частицы, которую она приобретает под действием силы $\vec{F}$. Так как сила, перпендикулярная скорости, работу не совершает, то для вычисления энергии воспользуемся выражением (1.23). Для этого используем определение работы

$$A = \int \vec{F} d\vec{r}$$

и, кроме того, учтем, что при $\vec{v} \parallel \vec{r}$ справедливо равенство

$$\frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{r} = \vec{v} d\vec{v} = \frac{1}{2} dv^2.$$

Проведя простое интегрирование, получим [af22]

$$E = \int \vec{F} d\vec{r} = \frac{m_0}{2} \int\limits_0^v \frac{dv^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} - m_0 c^2 = m\ c^2 - m_0 c^2. \quad (1.24)$$

Это и есть релятивистское выражение для кинетической энергии. При малых скоростях, когда выполнено неравенство $v/c << 1$, разлагая $1/\sqrt{1 - \beta^2}$ в ряд, получим хорошо известное выражение для классической кинетической энергии

$$E = \frac{1}{2} m_0 v^2.$$

Таким образом, из выражения (1.24) следует, что работа силы идет на увеличение энергии тела от значения $E_0 = m_0 c^2$, которое оно имело в состоянии покоя (энергия покоя или собственная энергия), до значения $E = (m - m_0)c^2$, когда оно достигает скорости v. Другими словами, получается [af23]

$$\Delta E = \Delta m\ c^2 \quad \text{или} \quad \Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}. \quad (1.25)$$

Из этого выражение следует вывод о симметрии изменения релятивистской масс и энергии. Другими словами, вытекает вывод об эквивалентности массы и энергии. Однако мы рассмотрели изменение только кинетической энергии, а что можно сказать о потенциальной энергии? На этот вопрос можно ответить, вернувшись к рассмотрению соударения двух тел.

Принцип сохранения массы. Принцип сохранения массы постулирует постоянство суммарной массы изолированной механической системы, т.е.

$$\sum_i m_i = const.$$

Посмотрим, какие следствия вытекают из этого принципа при рассмотрении релятивистской динамики частиц. Вернемся к процессу столкновения двух шаров (тел), рассмотренного в разделе 1.3.1. В собственной системе отсчета масса рассмотренных двух тел равна

$$m_0 + m_0 = 2m_0.$$

В системе K' эти тела движутся вдоль оси x' на встречу друг другу со скоростями v' и $-v'$. Суммарная масса этих тел в этой системе координат будет

$$m_1' + m_2' = \frac{2m_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}}.$$

Относительно неподвижной системы K эти тела движутся со скоростями v_1 и v_2, соответственно. Используя формулы (1.17), получим, что в системе K, относительно которой система K' движется вдоль оси абсцисс со скоростью u, суммарная масса сталкивающихся тел равна

$$m_1 + m_2 = \frac{2m_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$$

После столкновения в системе k' тела остановились, т.е. $v' = 0$. Тогда суммарная масса тел станет равной, соответственно, в системах K' и K

$$m_1' + m_2'|_{v' \to 0} \to 2m_0 \quad \text{и} \quad m_1 + m_2|_{v' \to 0} \to \frac{2m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$$

Возникает вопрос, куда делся избыток массы δm?

$$\delta m \approx \frac{v'^2}{c^2} m_0.$$

Рассматривая момент столкновения, когда происходит деформация сталкивающихся тел, мы можем сказать, что этот избыток массы перешел в упругую (т.е. потенциальную) энергию деформации этих тел. Затем эта энергия частично рассеется в тепло, частично пойдет на пластическую деформацию тел и т.п., однако это уже будет последующим процессом. Первоначально произошло изменение внутренней потенциальной энергии столкнувшихся тел. Отсюда можно сделать вывод, что любая энергия эквивалентна массе.

Оглавление